PART4　重複順列

例題

(1)　4 人の生徒がじゃんけんをするとき，手の出し方は全部で何通りあるか。

(2)　0，1，2，3，4 の 5 個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，次の整数はいくつできるか。

(i)　4 桁の整数　　(ii)　4 桁の奇数

Point Pickup

練習

(1) 7種類の異なる果物がある。これらを組み合わせて，最大7個の果物が入ったセットを1つ作りたい。何通りのセットができるか。ただし，セットの中に最低でも1つの果物を入れることとし，同じ種類の果物を2個以上入れないこととする。

(2) 0，1，2，3の4個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，次の整数はいくつできるか。

(i) 4桁の偶数　　(ii) 4桁以下の整数

第 2 講　PART4　確認問題

1　6 種類の異なる果物がある。これらを組み合わせて，最大 6 個の果物が入ったセットを 1 つ作りたい。何通りのセットができるか。ただし，セットの中に最低でも 1 つの果物を入れることとし，同じ種類の果物を 2 個以上入れないこととする。

［アイ］通り

2　0，1，2，3，4 の 5 個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，4 桁の奇数は［ウエオ］個できる。

3　0，1，2，3，4 の 5 個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，3 桁以下の整数は［カキク］個できる。

PART4　重複順列

例題

(1)　4 人の生徒がじゃんけんをするとき，手の出し方は全部で何通りあるか。

(2)　0，1，2，3，4 の 5 個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，次の整数はいくつできるか。

(i)　4 桁の整数　　　(ii)　4 桁の奇数

(1)　4 人の手の出し方は，それぞれグー，チョキ，パーの 3 通り

よって $3^4=81$（通り）

(2)(i)　千の位の数字の選び方は 1 ～ 4 の 4 通り

それ以外の位の数字の選び方は，それぞれ 0 ～ 4 の 5 通り

よって，4 桁の整数の個数は　$4\times5^3=500$（個）

(ii)　千の位の数字の選び方は 1 ～ 4 の 4 通り

一の位の数字の選び方は 1，3 の 2 通り

それ以外の位の数字の選び方は，それぞれ 0 ～ 4 の 5 通り

よって，4 桁の奇数の個数は　$4\times2\times5^2=200$（個）

練習

(1)　7 種類の異なる果物がある。これらを組み合わせて，最大 7 個の果物が入ったセットを 1 つ作りたい。何通りのセットができるか。ただし，セットの中に最低でも 1 つの果物を入れることとし，同じ種類の果物を 2 個以上入れないこととする。

(2)　0，1，2，3 の 4 個の数字で整数を作る。同じ数字を重複して用いてよいとするとき，次の整数はいくつできるか。

(i)　4 桁の偶数　　　(ii)　4 桁以下の整数

(1)　7 種類の果物それぞれについて，選ぶ，選ばないの 2 通りの選択がある。

このうち，7 種類とも選ばない場合の 1 通りを除いて，求める場合の数は

$2^7-1=127$（通り）

(2)(i)　千の位の数字の選び方は 1 ～ 3 の 3 通り

一の位の数字の選び方は　0，2 の 2 通り

それ以外の位の数字の選び方は，それぞれ 0 ～ 3 の 4 通り

よって，4 桁の偶数の個数は　$3\times2\times4^2=96$ (個)

(ii)　4 桁以下の整数として，4 桁，3 桁，2 桁，1 桁の整数がある。

4 桁の整数の個数は　$3\times4^3=192$ (個)

3 桁の整数の個数は　$3\times4^2=48$ (個)

2 桁の整数の個数は　$3\times4=12$ (個)

1 桁の整数の個数は　4(個)

よって，求める個数は　$192+48+12+4=256$ (個)

第 2 講　PART4　確認問題 解答

1

[正解] アイ：63

[解説]

6 種類の果物それぞれについて，選ぶ，選ばないの 2 通りの選択がある。このうち，6 種類とも選ばない場合の 1 通りを除いて，求める場合の数は

$2^6-1=\mathbf{63}$（通り）［A］

> ［A］　重複順列
> 異なる n 個のものから重複を許して r 個取って並べる重複順列の総数は
> $\underbrace{n\times n\times n\times\cdots\times n}_{r\text{個}}=n^r$

2

[正解] ウエオ：200

[解説]

ある整数が奇数であるとき，その一の位が奇数なので，

一の位の数字の選び方は　1，3 の 2 通り

千の位の数字の選び方は　1 ～ 4 の 4 通り

それ以外の位の数字の選び方は，それぞれ 0 ～ 4 の 5 通り

よって，4 桁の奇数の個数は

$2\times4\times5^2=\mathbf{200}$（個）［B］

> ［B］　重複順列
> 異なる n 個のものから重複を許して r 個取って並べる重複順列の総数は
> $\underbrace{n\times n\times n\times\cdots\times n}_{r\text{個}}=n^r$

3

[正解] カキク：125

[解説]

3 桁以下の整数として，3 桁，2 桁，1 桁の整数がある。

3 桁の整数の個数は　$4\times5^2=100$（個）［C］

2 桁の整数の個数は　$4\times5=20$（個）

1 桁の整数の個数は　5（個）

よって，求める個数は

$100+20+5=\mathbf{125}$（個）

> ［C］　2 桁以上の整数について，最も大きい位の数字の選び方は，1 ～ 4 の 4 通りある。